جزوه آموزش ریاضی

ریاضی پایه هشتم

مدرس:

آرش کلانتری

آموزش:
ریاضی هشتم
۱
عددهای
صحیح و گویا
۲
۲
حساب
اعداد طبیعی
۲۵
۳
چند ضلعی‌ها
۳۸
۴
عبارت جبری
و معادله
۶۵
۵
بردار
و مختصات
۸۶
۶
مثلث
و هم‌نهشتی
۱۰۴
۷
توان
و جـــذر
۱۲۵
۸
آمار
و احتمال
۱۴۷
۹
دایـــره
۱۷۰

آموزش تشریحی

ریاضی پایه هشتم

۱

اعداد صحیح و گویا

فهرست مطالب	صفحه
▪ عددهای صحیح	۳
▪ عددهای گویا	۹
▪ محاسبات با اعداد گویا	۱۳
▪ تمرینات	۱۹
▪ تمرینات منتخب کتاب	۲۱
▪ پاسخ فعالیت‌های پای تخته	۲۲

بخش ۱
عددهای صحیح

در این بخش عددهای صحیح و محاسبات با آن‌ها را خواهیم دید.

یادآوری

عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ... را «**طبیعی**» گویند. اگر به آن‌ها، قرینه‌هایشان و همچنین عدد صفر را بیفزاییم، «**عددهای صحیح**» را به صورت زیر تشکیل خواهند داد:

$$\ldots,-۴,-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳,۴,۵,\ldots$$

با نگاه به اعداد بالا می‌بینید:

- عدد ۱ کوچک‌ترین عدد طبیعی است، ولی بزرگ‌ترین عدد طبیعی وجود ندارد.
- در بین عددهای صحیح، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد وجود ندارد.

توجه کنید:

الف) عددهای صحیحِ منفی عبارتند از:

$$-۱,-۲,-۳,-۴,\ldots$$

در نتیجه:

بزرگ‌ترین عدد صحیحِ منفی برابر -۱ است.

ب) عددهای صحیحِ نامنفی عبارتند از:

$$۰,۱,۲,۳,۴,۵,\ldots$$

بنابراین:

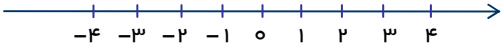
کوچک‌ترین عدد صحیحِ مثبت برابر ۱ و کوچک‌ترین عدد صحیحِ نامنفی برابر صفر است.

نمایش روی محور:

عددهای صحیح را به دو روش می‌توان توسط محور اعداد نمایش داد:

❖ **به عنوان نقاط روی محور:**

عدد صفر را روی محور به عنوان «**مبدأ**» در نظر گرفته؛ عددهای مثبت در سمت راست و عددهای منفی در سمت چپ آن روی محور قرار می‌گیرند:



❖ **به اندازه حرکت روی محور:**

اولاً: نقطه‌ی شروع را هر جا خواستید قرار دهید.

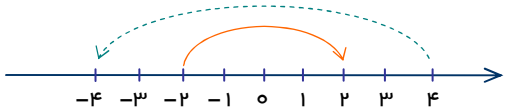
ثانیاً: اگر عدد مثبت باشد، به اندازه‌ی آن به سمت راست و اگر عددمنفی باشد، به اندازه‌ی آن به سمت چپ حرکت خواهیم نمود.

برای نمونه:

عددهای $+۳$ و -۲ را به دو روش مختلف روی محور نشان می‌دهیم:

قرینه‌ی عدد صحیح:

برای قرینه سازی هر عدد صحیح، کافی است قرینه‌ی آن را نسبت به مبدأ (نقطه‌ی صفر) روی محور مشخص سازیم:



عددهای قرینه:

مشاهده می‌کنید:

قرینه‌ی -۲ عدد $+۲$ و همین‌طور قرینه‌ی $+۴$ عدد -۴ است. این مطلب را چنین می‌نویسیم:

$$-(-۲)=+۲ \quad \text{و} \quad -(+۴)=-۴$$

پای تخته

۱. قرینه‌ی عددهای -۴ و $+۳$ را تعیین کرده و هر یک را به صورت حرکت‌هایی روی محور نشان دهید.

مثال: قرینه‌ی عدد (-۴) نسبت به $(+۲)$ برابر عدد . . . . . است.

پاسخ

جمع و تفریق:

برای جمع یا تفریق دو عدد صحیح، مراحل زیر انجام می‌شود:

- در صورتی که لازم باشد، قرینه‌یابی را انجام دهید. مانند:

$$+۱۴-(-۸)=+۱۴+۸$$

- اگر دو عدد هم علامت باشند، آن‌ها را با هم جمع کرده و علامت مشترک را برای آن قرار دهید. نمونه‌ها:

$$+۱۴+۸=+۲۲ \quad \text{و} \quad -۲۱-۹=-۳۰$$

- اگر علامت‌های دو عدد مخالف باشند، دو عدد را از هم کم کرده و سپس علامت عدد با ظاهر بزرگ‌تر را برای جواب قرار خواهیم داد. نمونه‌ها:

$$+۹-۲۲=-۱۳ \quad \text{و} \quad -۱۴+۲۳=+۹$$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $-۱۲-(-۱۸)-۶$ ب) $-۷۱+۱۳۸-۱۹-۴۴$

پاسخ

پای تخته

۲. حاصل عبارت زیر را مشخص کنید:

$$+۴۴-(-۹۵)-(+۳۸)$$

جواب: $+۱۰۱$

مثال: (از کتاب) در جاهای خالی علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت زیر، بزرگ‌ترین مقدار ممکن شود:

$$(-۹)=\square(+۳)\square(-۶)\square-۵$$

پاسخ

ساده نویسی:

هنگامی که جواب یک سؤال عددی مثبت بدست آید، برای ساده‌تر شدن نوشته‌ها، می‌توانید علامت مثبت آن عدد را ننویسید. برای نمونه، در مورد جواب $+۱۶-۷$ می‌توانیم بنویسیم:

$$-۷+۱۶=۹ \quad \text{یا} \quad -۷+۱۶=+۹$$

بنابراین:

عددی که علامت ندارد، در واقع علامت آن مثبت است.

برای ضرب عددهای مثبت و منفی، قاعده‌ی زیر را بکار می‌بریم:

ضرب علامت‌ها

علامت ضرب اعداد چنین تعیین می‌شود:

- اگر هر دو مثبت یا هر دو منفی باشند، علامتِ جواب هم مثبت است:

$(+)\times(+) \Rightarrow (+)$ و $(-)\times(-) \Rightarrow (+)$

- اگر یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد، علامتِ جواب منفی است:

$(+)\times(-) \Rightarrow (-)$

توجه کنید:

- قاعده‌ی بالا در مورد علامت تقسیم عددها نیز درست است.
- در محاسبات ترکیبی، رعایت اولویت (ترتیب) لازم است. یعنی:
  - محاسبات را از چپ به راست انجام دهید.
  - ابتدا داخل پرانتز، سپس ضرب یا تقسیم، در پایان جمع یا تفریق.

برای نمونه:

$۱۲\div۶\times۲=۱۲\div۱۲=۱$ **(نادرست است، زیرا ابتدا باید تقسیم انجام می‌شد.)**

$۱۲\div۶\times۲=۲\times۲=۴$ **(درست است.)**

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را با رعایت ترتیب مراحل بدست آورید.

الف) $[-۵\times(+۱۲)]\div(-۶)$ ب) $[-۱۰\div(-۲)]\times(-۲-۶)-(-۵۰)$

پاسخ

مثال: یک ملخ در نقطه‌ی -۶ قرار دارد و با هر پرش ۴ واحد به سمت راست می‌پرد. پس از ۸ پرش به چه نقطه‌ای می‌رسد؟

پاسخ

پای تخته

۳. حاصل عبارت زیر را مشخص کنید:

$$[-۲۴ \div (\frac{-۱۶}{-۲})] \times (-۸) \div (-۴) - (-۶)$$

جواب: صفر

توجه کنید:

توان رسانی باید قبل از ضرب یا تقسیم انجام شود.

مثال: حاصل عبارت زیر را با رعایت ترتیب مراحل بدست آورده و جواب را قرینه کنید.

$$۵ - ۵(۴^۲) + \sqrt{۸۱} \div ۳$$

☑ پاسخ

مثال: حاصل هر عبارت را بدست آورید:

الف) $(-۲۴) \div [۵ - (+۱۳)]$

ب) $۷ - ۵(۳ \times ۲^۲ \div ۶ + ۱)$

☑ پاسخ

گاهی می‌توان با رعایت اولویت‌ها، محاسبات را به ترتیبی انجام داد تا ساده‌تر به جواب رسید. نمونه‌هایی ببینید:

مثال: (از کتاب) در انجام محاسبات زیر، خوب دقت کرده و با دسته‌بندی مناسب، راه ساده‌ای پیدا کنید.

الف) $-۴۰ + ۳۵ + ۸۰ - ۱۷ - ۴۰$

ب) $-۳۲ - ۲۱ + ۱۲ + ۳ \times ۷$

☑ پاسخ

آرش کلانتری

مثال: (از کتاب) یکی از ریاضی‌دانان بزرگ در کودکی جمع عددهای ۱ تا ۱۰۰ را به روشی ابتکاری محاسبه کرد:

$$۱+۲+۳+\cdots+۹۸+۹۹+۱۰۰=$$

الف) چند جفت عدد با هم جمع شده‌اند؟

ب) حاصل جمع هر جفت عدد چند است؟

ج) حاصل عبارت چند می‌شود؟

پاسخ

مثال: برای محاسبه‌ی حاصل عبارت در هر مورد زیر، روش ساده و مناسبی ارائه دهید:

الف) $-۲+۴-۶+۸-۱۰+۱۲$

ب) $۱+۲+۳+\cdots+۴۹+۵۰$

ج) $۲۱+۲۲+۲۳+\cdots+۴۰$

پاسخ

آرش کلانتری